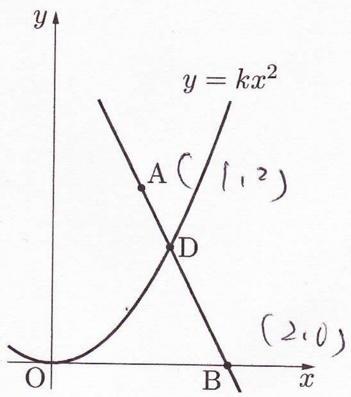
座標平面上に 3 点 O(0, 0), A(1, 2), B(2, 0) がある。放物線 $y = kx^2 (k > 0)$ 上に OP=AP=BP となる点 P をとることができるとき，$k =$ $\boxed{ア}$ であり，この放物線と直線 AB の交点を C, D とおくと，△PCD の面積は $\boxed{イ}$ である。$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ にあてはまる数を答えなさい。



〔灘高校〕

OP=AP=BP より

点Pは 3点 O, A, Bから等しい距離にあるので Pは 3点 O, A, Bを通る円の中心.

OAの中点QはQ$(\frac{1}{2}, 1)$ また OAの傾き2より Qを通りOAに垂直な直線の式は $y = -\frac{1}{2}x + b$ ← $(\frac{1}{2}, 1)$ 代入 $b = \frac{5}{4}$ よって

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ —① OBの中点 R(1, 0) より $x = 1$ —②

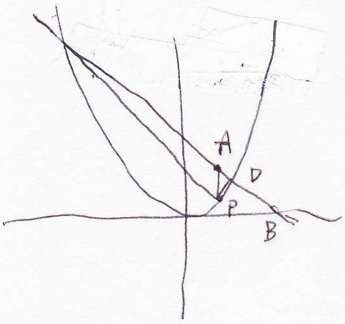
①, ②の交点がPであるから $y = -\frac{1}{2} + \frac{5}{4} = -\frac{2}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$ よってP$(1, \frac{3}{4})$

ゆえに $k = \frac{3}{4}$ ア

直線ABは $y = -2x + 4$

$y = \frac{3}{4}x^2$ と $y = -2x + 4$ より $\frac{3}{4}x^2 + 2x - 4 = 0$ $3x^2 + 8x - 16 = 0$.

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 192}}{6} = \frac{-8 \pm \sqrt{256}}{6} = \frac{-8 \pm 16}{6}$ よって $\underline{x = -4, \frac{4}{3}}$ …③



$AP = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$ —④

よって③, ④より $\triangle PCD = (4 + \frac{4}{3}) \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\cancel{16}^{\,2}}{3} \times \frac{5}{\cancel{4}} \times \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{10}{3}$ イ

ア $\frac{3}{4}$ イ $\frac{10}{3}$