

ある水槽に A と B のポンプを使用して水を注ぐ。A のポンプだけを使用すると、B のポンプだけを使用するより 6 分早く満たすことができる。また、A と B の両方を 8 分間使用したのち、残りを B のみ使用して満たしたところ、さらに 12 分間かかった。この水槽を B のポンプのみで満たすには、何分間かかるか。ただし、A のポンプも B のポンプも毎分一定量の水が注がれるものとする。 [慶應義塾志木]

A ...  $x$  分で水を注ぎを済ませる

B ...  $y$  分で水を注ぎを済ませる

$$\begin{cases} y - x = 6 & \dots ① \\ 8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{12}{y} = 1 & \dots ② \end{cases}$$

②より

$$\frac{8}{x} + \frac{20}{y} = 1 \quad \text{両辺に } xy \text{ をかけ}$$

$$8y + 20x = xy \quad \dots ③$$

①より  $x = y - 6$  であるからこれを③に代入

$$8y + 20(y - 6) = y(y - 6)$$

$$8y + 20y - 120 = y^2 - 6y$$

$$y^2 - 34y + 120 = 0$$

$$(y - 30)(y - 4) = 0$$

$$y = 30, 4. \quad y \geq 30 \text{ のとき } x = 24 \quad y = 4 \text{ のとき } x = -2$$

$x > 0, y > 0$  であるから

$x = 24, y = 30$  が問題にある

よって

$$\underline{\underline{30 \text{ 分}}}$$