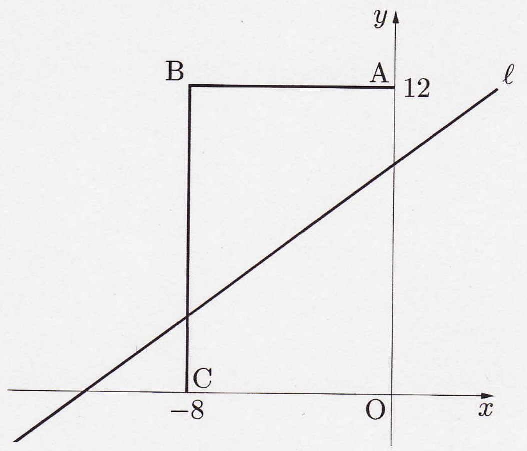
右の図のように, 4 点 O(0,0), A(0, 12), B(−8, 12), C(−8, 0) を頂点とする長方形と直線 ℓ があり, ℓ の傾きは $\dfrac{3}{4}$ である。このとき, 次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 直線 ℓ が点 C を通るとき, ℓ の切片を求めなさい。

(2) 辺 BC と直線 ℓ との交点を P とし, P の y 座標を t とする。また, ℓ が辺 OA または辺 AB と交わる点を Q とし, △OQP の面積を S とする。

① 点 Q が辺 OA 上にあるとき, S を t の式で表わしなさい。

② $S = 30$ となる t の値をすべて求めなさい。

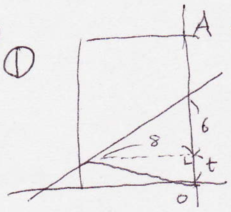


〔福島〕

(1) $y = \frac{3}{4}x + b$ ← (−8, 0) を代入　$0 = -6 + b$

6

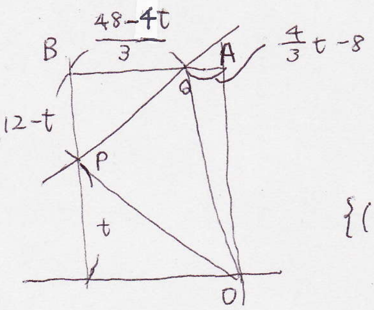
(2) ①



$S = 8(6+t) \times \frac{1}{2} = 30$

$S = 24 + 4t$

② ①より　$24 + 4t = 30$　$t = \frac{3}{2}$



△OPQ = 台形PBAO − △PBQ − △OAQ

$= \{(12-t)+12\} \times 8 \times \frac{1}{2} - (16 - \frac{4}{3}t)(12-t)\frac{1}{2} - (\frac{4}{3}t - 8) \times 12 \times \frac{1}{2}$

$\{(12-t)+12\} \times 8 \times \frac{1}{2} - (16 - \frac{4}{3}t)(12-t) \times \frac{1}{2} - (\frac{4}{3}t - 8) \times 12 \times \frac{1}{2} = 30$ より

$-\frac{4}{3}t^2 + 8t + 96 = 60$

$-\frac{1}{3}t^2 + 2t + 9 = 0$

$t^2 - 6t - 27 = 0$

$(t-9)(t+3) = 0$　　$6 \leqq t \leqq 12$ より

$t = 9$

※

$3 : 4 = (12-t) : BQ$

$BQ = \frac{48-4t}{3}$

$AQ = 8 - \frac{48-4t}{3}$

$= 8 - 16 + \frac{4}{3}t$

$= \frac{4}{3}t - 8$

よって　$t = \frac{3}{2}, 9$