

ごうかく!

2A 2辺の長さと不等式 11

ごうかく!

面積が6である△ABCについて、辺ABの長さxと辺ACの長さyが

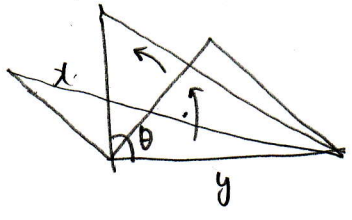
$$x + y = 7$$

をみたす。次の問いに答えよ。

- (1) xの取り得る範囲を求めよ。
- (2) xが最大になるときの△ABCの外接円の半径Rと内接円の半径rを求めよ。

[同志社大]

0)



底辺y、高さx sin theta (thetaはxとyの夹角で0 < theta < pi)

とすると

$$S = \frac{1}{2}xy \sin \theta \text{ であるから } S \text{ の最大値は}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のときで、このとき } S = \frac{1}{2}xy \text{ である。}$$

よって

$$\frac{1}{2}xy \leq 6 \text{ として } x + y = 7 \text{ と合わせて } x \text{ の二次不等式 } 87 < 3 \text{ と}$$

$$y = 7 - x \text{ より } \frac{1}{2}x(7 - x) \leq 6 \quad x^2 - 7x + 12 \leq 0 \text{ となり}$$

$$(x - 3)(x - 4) \leq 0 \text{ より } 3 \leq x \leq 4$$

(2)

xが4のとき最大で、このとき三角形の他の辺はy=3

で、3:4:5の直角三角形である。従って斜辺にあたる5は

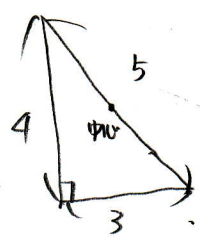
外接円の直径であるから

外接円の半径Rは $\frac{5}{2}$

また内接円の半径rは

$$\frac{1}{2}r(3 + 4 + 5) = 6 \text{ より}$$

$$r = 1$$



ごうかく!

ごうかく!